Donc : $(1+x)\frac{1}{2}x \le \ln(1+x)$ *or* $1+x>0$ *car* $x>0$ *donc* $\frac{1}{2}x \le \frac{\ln(1+x)}{1+x}$ c- on a n ≥ 4 alors $\frac{1}{n} \le \frac{1}{4}$ *équivaut à* $\frac{2}{n} \le \frac{1}{2}$ *c'est à dire* $\frac{2}{n} \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$. D'après la question 2)b- on prend $x = \frac{2}{n}$ on aura : $\frac{1}{2}.\frac{2}{n} \le \frac{\ln\left(1+\frac{2}{n}\right)}{1+\frac{2}{n}}$ *équivaut à* $\frac{1}{n} \le \frac{\ln\left(1+\frac{2}{n}\right)}{1+\frac{2}{n}}$ *c'est à dire* $f(a_n) \le f\left(1+\frac{2}{n}\right)$ or f est une fonction croissante sur [1,e] donc $a_n \le 1+\frac{2}{n}$ 3) On a $1 \le a_n \le 1+\frac{2}{n}$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 1+\frac{2}{n} = 1$ *donc* $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 1$.

B-1) On a x > 0 : $f(x) \le \frac{1}{e}$ *signifie que* $\frac{\ln x}{x} \le \frac{1}{e} < 1$ *alors* $\ln x < x$ *car* $x>0$ *d'où* $\ln(x) - x < 0$. Donc g est bien définie sur $[0,+\infty[$.

2) • $\lim\limits_{x\to0^+} g(x) = \lim\limits_{x\to0^+} \frac{\ln x}{x-\ln x} = \lim\limits_{x\to0^+} \frac{\ln x}{\ln x}.\frac{1}{\frac{x}{\ln x}-1} = \lim\limits_{x\to0^+} \frac{1}{\frac{x}{\ln x}-1} = \frac{1}{0^- -1} = -1 = g(0)$

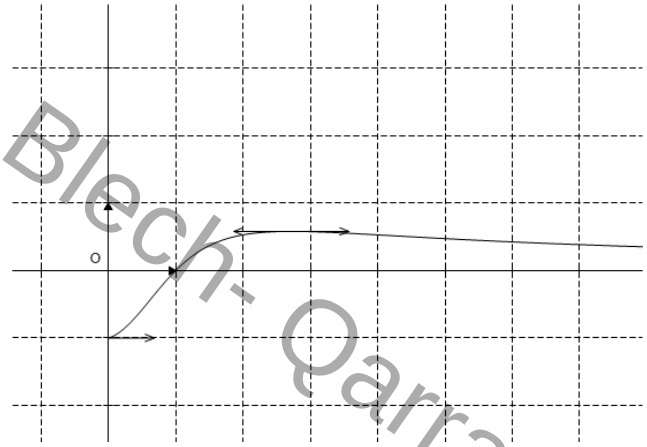
• $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{g(x)-g(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to0^+} \frac{\frac{\ln x}{x-\ln x}+1}{x} = \lim\limits_{x\to0^+} \frac{\ln(x)+x-\ln(x)}{x(x-\ln x)} = \lim\limits_{x\to0^+} \frac{x}{x(x-\ln x)} = \lim\limits_{x\to0^+} \frac{1}{x-\ln x} = 0$

3) $g'(x) = \frac{\frac{1}{x}(x-\ln x) - \left(1-\frac{1}{x}\right)\ln x}{(x-\ln x)^2} = \frac{1-\frac{\ln x}{x}-\ln x+\frac{\ln x}{x}}{(x-\ln x)^2} = \frac{1-\ln x}{(x-\ln x)^2}$ le signe de g'(x) est celui de (1-lnx).

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x-\ln x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{\frac{x}{\ln x}-1} = 0$

x	0		e		$+\infty$
g'(x)	0	+	0	−	
g(x)	1	↗	$\frac{e}{e-1}$	↘	0

4) Courbe



Exercice N°6:

1. On suppose que (C_1) est celle de la fonction f. On a F'(x) = f(x) et f(2) = 0 donc F'(2) = 0et par suite (C_1) admet une tangente horizontale au point d'abscisse 2. Ceci est impossible d'après le graphe. Donc (C_2) est celle de la fonction f.

2. $\bar{F} = \frac{1}{1-0}\int_0^1 f(t)dt = \left[F(t)\right]_0^1 = F(1)-F(0) = e-2$

3. $A = \left(\int_0^2 |f(t)|dt\right)ua = \int_0^1 f(t)dt - \int_1^2 f(t)dt = F(1)-F(0)-|F(2)-F(1)| = e-2+e-0 = (2e-2)ua$

4. a)f est continue sur $\mathbb{R}$ donc G est dérivable sur $\mathbb{R}$ et G'(x) = f(x).

b) G(x) = F(x) – F(0) = F(x) – 2équivaut à G(x) – F(x) = -2. *Soient* $M(x, F(x)) \in (C_1)$*et* $M'(x, G(x)) \in \Gamma$ *où x est réel* alors : $\overrightarrow{MM'} = -2\vec{j}$ équivaut à $\Gamma = t_{-2\vec{j}}(C_1)$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
G'(x)		+	0	−	
G(x)	$-\infty$	↗	e-2	↘	$-\infty$

x	$-\infty$		-2		0		1
h'(x)		−	0	+	0	−	
h(x)	$-\infty$	↘	0	↗	13	↘	$-\infty$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...